

**Examenul național de bacalaureat 2026 – simulare județeană****Proba E. c)****Matematică M_tehnologic**

Filiera vocațională: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că $2(0,75 - 0,5) - \frac{1}{2} = 0$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Determinați valoarea reală a lui a pentru care $f(1-a) = 2 \cdot f(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \cdot 3^{x+1} = 27^x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr natural de două cifre, acesta să aibă diferența dintre cifra zecilor și cifra unităților divizibilă cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(1,3)$. Determinați distanța de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. În triunghiul dreptunghic ABC se cunosc latura $BC=6$, unghiurile $\sphericalangle A = 90^\circ$ și $\sphericalangle B = 30^\circ$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $3(3 + \sqrt{3})$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = aI_2 + A$, $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $\det(M(0)) = 0$,
- 5p b) Determinați valoarea reală a lui x pentru care $M(1) + M(3) = xM(2)$.
- 5p c) Determinați valoarea reală a lui a pentru care $M(a) \cdot M(a) = M(a)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - \frac{2(x+y)-3}{4}$.
- 5p a) Arătați că $\frac{1}{2} \circ 2025 = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că $(x+3) \circ x + (3x) \circ x = 4x^2, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(\log_2 x) \circ (\log_3 x) = (\log_5 x) \circ (\log_4 2)$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - 3 \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{x}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x) + 3 \ln x}{x^2} \right) = \frac{1}{2}$.
- 5p c) Arătați că $2f(x) \geq 5, \forall x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 4$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = \frac{13}{3}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^2 \frac{1}{f(x) - x^2} dx = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{3} \right)$.
- 5p c) Determinați primitiva $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = e^x \cdot (f(x) - x^2 - 4)$, cu $G(0) = 1$.