

Simularea examenului național de bacalaureat 2020 pentru elevii clasei a XII-a
Proba E. c) - Matematică $M_{tehnologic}$

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + (\sqrt{2})^2$ este natural.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx - 2$, unde m este un număr real. Determinați numărul real m astfel încât punctul $P(1, 1)$ să aparțină graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2-3x+5} = 8$.
- 5p 4. Dacă M este mulțimea numerelor naturale mai mari decât 10 și mai mici decât 100, atunci calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea M , acesta să fie un număr divizibil cu 10.
- 5p 5. Se consideră dreapta d de ecuație $y = x$ și punctul $P(1, 2)$. Dacă se știe că punctul P aparține dreptei d_1 și că dreptele d și d_1 sunt paralele, să se determine ecuația dreptei d_1 .
- 5p 6. Arătați că $(\sin x + 2 \cos x)^2 + (2 \sin x - \cos x)^2 = 5$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det(A)$.
- 5p b) Determinați numărul real m cu proprietatea $A + mI_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Rezolvați ecuația matriceală $AX = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, unde $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in M_{2,1}(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
- 5p a) Arătați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x, y .
- 5p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x * x = x$.
- 5p c) Să se determine două numere $a, b \notin \mathbb{Z}$, cu proprietatea $a * b \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2 - \frac{1}{x-3}$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 2$
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că f este concavă pe intervalul $(3, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \ln x$ și $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln x$.

5p a) Calculați $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx$.

5p b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p c) Arătați că $\int_1^e f(x)F(x) dx = \frac{e^2}{2}$.

Succes!