

Simularea examenului național de bacalaureat 2020 pentru elevii clasei a XII-a

Proba E. c) - Matematică $M_{tehnologic}$

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + (\sqrt{2})^2 = \frac{3-1}{2} + 2 = 2.$	3p 2p
2.	$P(1, 1) \in G_f \Leftrightarrow f(1) = 1 \Leftrightarrow m - 1 = 1 \Leftrightarrow m = 2.$	3p 2p
3.	$2^{x^2-3x+5} = 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+5} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ sau } x = 2.$	3p 2p
4.	Numărul cazurilor posibile este 89. Cazurile posibile sunt 20, 30, ..., 90, deci sunt 8 de cazuri posibile. $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{8}{89}$	2p 2p 1p
5.	Pentru că panta dreptei d este egală cu 1 și $d \parallel d_1$ rezultă că panta dreptei d_1 este egală cu 1. Ecuația dreptei d_1 este $y - 2 = x - 1 \Leftrightarrow y = x + 1.$	2p 3p
6.	$(\sin x + 2\cos x)^2 + (2\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x + 4\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 5(\sin^2 x + \cos^2 x) = 5.$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 5 = 1.$	3p 2p
	b) $A + mI_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2+m & 1 \\ 5 & 1+m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m=0 \\ 1+m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$	3p 2p
	c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$AX = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}.$	3p
2.	a) $(x-4)(y-4) + 4 = xy - 4x - 4y + 16 + 4 = xy - 4x - 4y + 20 = x * y$, pentru orice numere reale x, y .	3p 2p
	b) $x * x * x = x \Leftrightarrow x * (x * x) = x \Leftrightarrow x * [(x-4)(x-4) + 4] = x \Leftrightarrow (x-4)^3 + 4 = x \Leftrightarrow (x-4)^3 - (x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-4)(x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ sau } x = 4 \text{ sau } x = 5.$	2p 3p

c) De exemplu dacă $a - 4 = \frac{2}{3}$ și $b - 4 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow a = \frac{14}{3} \notin \mathbb{Z}$ și $b = \frac{11}{2} \notin \mathbb{Z}$, atunci	2p
$\frac{14}{3} * \frac{11}{2} = \frac{2}{3} * \frac{3}{2} + 4 = 5 \in \mathbb{N}$.	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Funcția f este derivabilă și $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x-3)^2}$ (1).	3p
	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4) = 2.$ ⁽¹⁾	2p
	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 7}{x^2 - 3x} = 1 = m$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{x-3} \right) = 2 = n \Rightarrow$ Ecuția asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f este $y = x + 2$.	3p 2p
	c) Din a) rezultă că $f''(x) = -2 \frac{1}{(x-3)^3} \Rightarrow$ $\Rightarrow f''(x) < 0, \forall x \in (0, +\infty)$, rezultă că f este concavă pe intervalul $(3, +\infty)$.	3p 2p
2.	a) $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx = \int_1^e 1 dx = x \Big _1^e =$ $= e - 1.$	2p 3p
	b) F este derivabilă și $F'(x) = (x \ln x)' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} =$ $= \ln x + 1 = f(x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci F este o primitivă a funcției f .	3p 2p
	c) $\int_1^e f(x) F(x) dx = \frac{1}{2} F^2(x) \Big _1^e =$ $= \frac{1}{2} F^2(e) - \frac{1}{2} F^2(1) = \frac{e^2}{2}.$	2p 3p

Success!