

**Examenul de bacalaureat național 2018**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_șt-nat***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$1+i+(i-1)(1+i)-(i-1)=1+i+(i^2-1)-i+1=$ $=1+i-2-i+1=0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(1)=0$ $f(f(1))=f(0)=1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$x^2-5x+7=3 \Rightarrow x^2-5x+4=0$ $x=1$ sau $x=4$ , care convin	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>4.</b>	Mulțimea numerelor naturale pare de două cifre are 45 de elemente, deci sunt 45 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale pare de două cifre sunt 9 numere divizibile cu 5, deci sunt 9 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>
<b>5.</b>	$x_A + x_C = 6$ , $x_B + x_D = 6 \Rightarrow x_A + x_C = x_B + x_D$ $y_A + y_C = 6$ , $y_B + y_D = 6 \Rightarrow y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow$ segmentele $AC$ și $BD$ au același mijloc, deci $ABCD$ este paralelogram	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>6.</b>	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\text{tg } x = 1$ , obținem $x = \frac{\pi}{4}$ $\sin \frac{\pi}{4} + 3 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$X(1) = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(X(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 5 =$ $= 1 - 5 = -4$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$X(-a) + X(a) = \begin{pmatrix} -a & 5 \\ 1 & -a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 5 \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} -2018 & 5 \\ 1 & -2018 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2018 & 5 \\ 1 & 2018 \end{pmatrix} = X(-2018) + X(2018)$ , pentru orice număr real $a$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\begin{pmatrix} ab+5 & 5(a+b) \\ a+b & ab+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 10 \\ 2 & a+b \end{pmatrix}$ Cum $a+b=2$ și $ab=-3$ , obținem perechile $(-1,3)$ și $(3,-1)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$f = X^3 - 2X^2 - X + 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 - 2 + 2 =$ $= 8 - 8 - 2 + 2 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(-1) = 0 \Rightarrow m = 2$ , deci $f = X^3 - 2X^2 - X + 2$ Restul împărțirii lui $f$ la $X^2 - 3X + 2$ este 0, deci $f$ se divide cu $X^2 - 3X + 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>

<b>c)</b>	$x_1 + x_2 + x_3 = 2, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1, x_1x_2x_3 = -m$	<b>3p</b>
	$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{x_1x_2x_3} = 6 \Leftrightarrow \frac{6}{-m} = 6, \text{ deci } m = -1$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{1 \cdot (x+1) - x \cdot 1}{(x+1)^2} + \frac{1 \cdot (x+2) - (x+1) \cdot 1}{(x+2)^2} + \frac{1 \cdot (x+3) - (x+2) \cdot 1}{(x+3)^2} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{x+1-x}{(x+1)^2} + \frac{x+2-x-1}{(x+2)^2} + \frac{x+3-x-2}{(x+3)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2}, x \in (-1, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} \right) = 3$	<b>3p</b>
	Dreapta de ecuație $y = 3$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) > 0$ , pentru orice $x \in (-1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-1, +\infty)$	<b>2p</b>
	$f$ este continuă pe $(-1, +\infty)$ , $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ , deci $\text{Im } f = (-\infty, 3)$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \int_1^2 (3x^2 + 2x + 1) dx = (x^3 + x^2 + x) \Big _1^2 =$	<b>3p</b>
	$= (8 + 4 + 2) - (1 + 1 + 1) = 11$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^e \left( 3x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x} \right) dx = \left( \frac{3x^2}{2} + 2x + \ln x \right) \Big _1^e + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx =$	<b>3p</b>
	$= \frac{3e^2 + 4e - 5}{2} + \frac{1}{2} \ln^2 x \Big _1^e = \frac{3e^2 + 4e - 4}{2}$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\mathcal{A} = \int_1^a  f(x)  dx = \int_1^a (3x^2 + 2x + 1 + \ln x) dx = (x^3 + x^2 + x) \Big _1^a + (x \ln x - x) \Big _1^a = a^3 + a^2 + a \ln a - 2$	<b>3p</b>
	$a^3 + a^2 + a \ln a - 2 = a^3 + a^2 + a - 2 \Rightarrow \ln a = 1, \text{ deci } a = e$	<b>2p</b>