

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianta 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați partea reală a numărului complex  $z = 3 + 2(1 - i)$ .
- 5p** 2. Arătați că  $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23$  știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 3x + 10 = 0$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1, 2, 3\}$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $a$  pentru care dreptele de ecuații  $y = (a - 1)x + 1$  și  $y = 2x - 3$  sunt paralele.
- 5p** 6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  în care  $AB = 3$ ,  $AC = 4$  și  $BC = 5$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $\det(A(2))$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A(x) \cdot A(-x) = I_2$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Arătați că  $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(n)) = \frac{n^2(n-1)(n+3)}{4}$  pentru orice număr natural nenul  $n$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 4(x + y - 3) - xy$ .
- 5p** a) Calculați  $2 * 4$ .
- 5p** b) Arătați că  $x * y = 4 - (x - 4)(y - 4)$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x * x * x = x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln x - x + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow e} f(x) = 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $f'(x) = \ln x$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** c) Arătați că  $f(x) \geq 0$  pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 8x + 15}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^{2014} (x + 3)(x + 5) f(x) dx = 2014$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_{-1}^1 f(x) \cdot f'(x) dx = -\frac{1}{144}$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 0$  știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = a$ , are aria egală cu  $\frac{1}{2} \ln \frac{10}{9}$ .